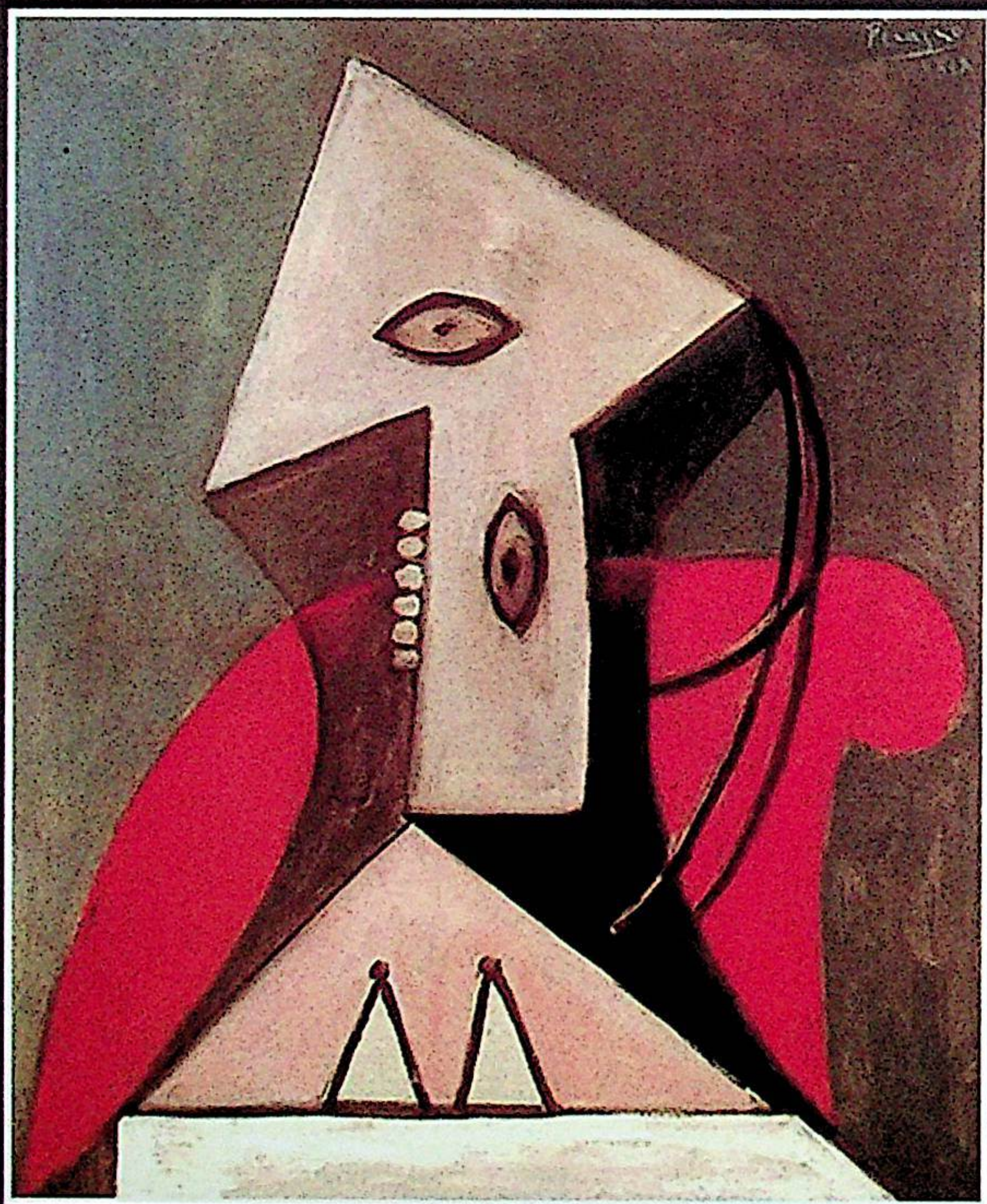


1570124

**Т.А. МЕЛЬНИК
А.П. КРЕНЕВИЧ**

**ТЕОРІЯ ПРОСТОРІВ СОБОЛЄВА
ТА УЗАГАЛЬНЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ
КРАЙОВИХ ЗАДАЧ**



Підручник складається із трьох частин. У першій частині стисло викладено основні положення теорії просторів Соболева. У другій розглянуто типові крайові задачі у просторах Соболева для лінійних еліптичних, гіперболічних та параболічних диференціальних рівнянь другого порядку. Наведено конструктивні методи розв'язування таких задач. Третя частина містить алгоритми дослідження нелінійних крайових задач за допомогою варіаційного методу, методу монотонних операторів та теорем про нерухому точку.

Для студентів і аспірантів математичних спеціальностей закладів вищої освіти та викладачів.

ЗМІСТ

Передмова	5
Основні позначення і терміни	7
ЧАСТИНА 1. ТЕОРІЯ ПРОСТОРІВ СОБОЛЕВА	8
1. Означення просторів Соболева та їх найпростіші властивості	8
1.1. Основна ідея нового підходу до постановок і розв'язань крайових задач математичної фізики	8
1.2. Узагальнені похідні	9
1.3. Означення просторів Соболева	12
2. Наближення функцій із просторів Соболева гладкими функціями	16
2.1. Усереднені функції	16
2.2. Наближення гладкими функціями функцій із $W^{k,p}(\Omega)$	21
3. Продовження функцій із просторів Соболева	25
4. Простори Соболева $H^1(a, b)$ та $H_0^1(a, b)$	29
5. Оператори сліду	34
6. Нерівності у просторах Соболева. Теорема Соболева	38
6.1. Випадок $p \in [1, n)$	38
6.2. Випадок $n < p \leq +\infty$	43
6.3. Загальна теорема Соболева	48
7. Теорема Релліха – Кондрашова про компактні вкладення та наслідки з неї	50
8. Спряжені простори до просторів Соболева	53
9. Простори Соболева, залежні від часу	56
ЧАСТИНА 2.	
УЗАГАЛЬНЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ ЛІНІЙНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ	65
10. Еліптичні крайові задачі	65
10.1. Узагальнений розв'язок задачі Діріхле	66
10.2. Узагальнений розв'язок задачі Ньютона	72
10.3. Узагальнений розв'язок задачі Ньютона у випадку, коли дані задачі належать L^p , $p < 2$	76
10.4. Узагальнений розв'язок однорідної задачі Неймана	78

10.5. Спектральні властивості еліптичного оператора.....	80
10.6. Існування розв'язків неоднорідної задачі Неймана.....	94
11. Гіперболічні рівняння.....	97
11.1. Мішана задача для гіперболічного рівняння.....	98
11.2. Єдиність узагальненого розв'язку.....	103
11.3. Існування узагальненого розв'язку. Метод Фур'є.....	105
12. Параболічні рівняння.....	116
12.1. Мішана задача для параболічного рівняння.....	116
12.2. Єдиність узагальненого розв'язку.....	120
12.3. Існування узагальненого розв'язку.....	123
13. Конструктивні методи розв'язання диференціальних рівнянь із частинними похідними.....	129
13.1. Метод Рітца та його застосування для еліптичних рівнянь.....	129
13.2. Метод Гальоркіна та його застосування для гіперболічних рівнянь.....	140
13.3. Метод Гальоркіна та його застосування для параболічних рівнянь.....	143
ЧАСТИНА 3. НЕЛІНІЙНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ.....	144
14. Варіаційний метод Ойлера – Лагранжа.....	145
14.1. Основна ідея.....	145
14.2. Перша варіація, рівняння Ойлера – Лагранжа.....	145
14.3. Друга варіація та опуклі функції.....	149
14.4. Коерцитивність. Напівнеперервність знизу.....	151
14.5. Узагальнені розв'язки рівняння Ойлера – Лагранжа.....	158
15. Застосування варіаційної теорії до задач з обмеженнями.....	161
15.1. Нелінійні спектральні задачі.....	161
15.2. Односторонні обмеження та варіаційні нерівності.....	165
15.3. Гармонічні відображення.....	170
16. Неваріаційні методи теорії нелінійних крайових задач.....	172
16.1. Метод монотонності.....	172
16.2. Теореми про нерухому точку нелінійних операторів.....	182
16.3. Застосування теорем про нерухому точку до дослідження нелінійних крайових задач.....	186
16.4. Початкова крайова задача для системи реакції-дифузії.....	191
Список літератури.....	196